IFT503/711 – Théorie du calcul

Université de Sherbrooke

Devoir 4

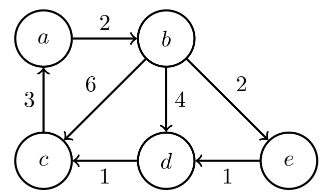
Enseignant:	Michael Blondin
Date de remise:	vendredi 20 mars 2020 à 23h59
À réaliser:	individuellement ou à deux au 1er cycle individuellement aux cycles supérieurs
Modalités:	remettre en ligne sur Turnin
Pointage:	sur 20 points au 1er cycle (+ 2pts bonus pour ★) sur 25 points aux cycles supérieurs

Question 1.

10 pts

La *distance* d'un sommet s vers un sommet t dans un graphe dirigé pondéré est le coût d'un plus court chemin de s vers t. Par exemple, dans le graphe ci-dessous, la distance de a vers c est de 6.

Montrez que le problème PCC appartient à NC:



PCC

ENTRÉE: un graphe dirigé pondéré $\mathcal{G} = (V, E)$ décrit par une matrice de coûts positifs, deux sommets $s, t \in V$, et un entier positif k sous représentation binaire;

QUESTION: la distance de s vers t dans $\mathcal{G}$ est-elle égale à k?

Il n'est *pas* nécessaire d'argumenter que votre famille de circuits est uniforme sous espace logarithmique, mais il faut brièvement expliquer pourquoi elle est uniforme sous temps polynomial.

Question 2.

10 pts

Soit X un ensemble fini. Nous disons que $S \subseteq X$ *engendre* $t \in X$ sous une *opération binaire* $\star \colon X \times X \to X$ s'il est possible d'appliquer $\star$ à partir d'éléments de S jusqu'à l'obtention de t. Par exemple, pour l'opération décrite par la table ci-dessous, $S = \{a, c\}$ engendre e car $(a \star a) \star (c \star a) = b \star d = e$.

Montrez que le problème GÉNÉRATION est P-complet:

$\star$	**a**	**b**	**c**	**d**	**e**
a	b	b	a	a	a
b	b	d	a	e	b
c	d	a	a	a	a
d	c	c	a	d	c
e	c	c	a	d	e

GÉNÉRATION

ENTRÉE: un ensemble fini X, une opération binaire $\star \colon X \times X \to X$ représentée sous forme de table, un sous-ensemble $S \subseteq X$, et un élément $t \in X$;

QUESTION: est-ce que S engendre t sous l'opération $\star$?

Indice: voyez une porte comme deux éléments.

Il n'est *pas* nécessaire d'expliquer pourquoi votre réduction se calcule en espace logarithmique.

★ Question 3. (cycles supérieurs)

★ 5 pts

Montrez un (et un seul) de ces résulats:

— REG $\subseteq$ NC^1, où REG est l'ensemble des langages réguliers;

Indice: afin de déterminer si un automate accepte un mot w, considérez des sous-mots de w de taille $1, 2, 4, \ldots$

— L $\subseteq$ NC^2, où L est l'ensemble des langages décidables en espace logarithmique.

Indice: pensez au graphe des configurations d'une machine de Turing.

Vous n'avez *pas* à argumenter que vos familles de circuits sont uniformes, mais elles doivent l'être.