

IFT503/711 – Théorie du calcul
Université de Sherbrooke

Devoir 2

Enseignant: Dave Touchette
 Date de remise: jeudi 9 février 2022 à 23h59
 À réaliser: individuellement ou à deux au 1^{er} cycle
 individuellement aux cycles supérieurs
 Modalités: à remettre en ligne sur Turnin
 Pointage: sur 40 points au 1^{er} cycle (+ 4pts bonus pour ★)
 sur 50 points aux cycles supérieurs

Question 1.

- (a) Si $A \leq_m B$ et B est un langage régulier (i.e., il existe un automate fini déterministe D tel que $B = L(D)$), est-ce que ça implique que A est un langage régulier ? Justifiez votre réponse. 5 pts
- (b) Montrez que pour toute paire de langages A et B , il existe un langage C tel que $A \leq_m C$ et $B \leq_m C$. 5 pts

Question 2.

- (a) Montrez que n'importe quel sous-ensemble infini de $MIN_{TM} = \{\langle M \rangle : M \text{ est une MT minimale}\}$ n'est pas reconnaissable. 5 pts
- (b) Soit $G = \{\langle M \rangle : M \text{ est une MT qui accepte } ww \text{ si elle accepte } w\}$. Montrez que G est indécidable. 5 pts
- (c) Soit $SINGLET_{TM} = \{\langle M \rangle : M \text{ est une MT tel que } |L(M)| = 1\}$. Montrez que $SINGLET_{TM}$ est indécidable. 5 pts
- (d) On dit d'un langage P qui contient des chaînes encodant des MTs qu'il est une propriété des langages des MTs si pour toute paire de MTs M_1 et M_2 satisfaisant $L(M_1) = L(M_2)$, il est vrai que $\langle M_1 \rangle \in P$ si et seulement si $\langle M_2 \rangle \in P$. Pour MIN_{TM} , G et $SINGLET_{TM}$, dites si ces langages sont des propriétés des langages des MTs. 5 pts

Question 3.

Soit $J = \{w : \text{soit } w = 0x \text{ pour } x \in A_{TM}, \text{ ou } w = 1y \text{ pour } y \in \overline{A_{TM}}\}$. Montrez que ni J ni \bar{J} n'est Turing-reconnaissable. 10 pts

★ Question 4. (cycles supérieurs)

Soit $A'_{TM} = \{\langle M, w \rangle : M \text{ est une MT à oracle et } M^{A_{TM}} \text{ accepte } w\}$. Montrez que A'_{TM} est indécidable relativement à A_{TM} . ★ 10 pts